Cours 11 – 25/10/2017

3.3 Chocs

3.3.2 Chocs inélastiques (100%)

4. L'oscillateur harmonique linéaire libre

4.1. L'oscillateur harmonique – modèle

4.2 L'oscillateur harmonique – exemples

3.3.2 Chocs inélastiques (100%)

■ Condition:

<ins>Définition:</ins> un choc 100% inélastique (ou choc mou) correspond à la situation où les deux objets restent « collés » après le choc. Ce type de choc dissipe l'énergie cinétique (en partie ou intégralement) du système formé par les deux objets rentrant en collision

Condition 1 (C1): Conservation de la quantité de mouvement

$$\boldsymbol{p_1 + p_2 = p'_1 + p'_2}$$

Mais pas de conservation de l'énergie cinétique

$$1/2m_1v_1^2 + 1/2m_2v_2^2 \neq 1/2\,(m_1 + m_2)v'^2$$

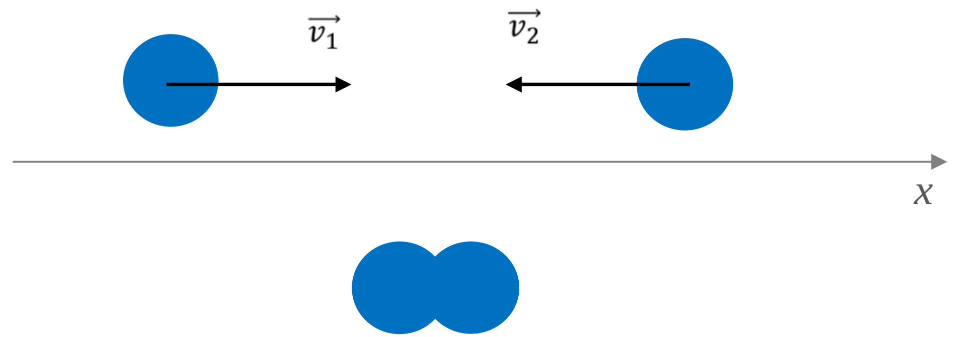
3.3.2 Chocs inélastiques (100%)

■ Condition:

Exemple 1: choc mou (100% inélastique) entre deux billes de même masse m et ayant la même vitesse (en norme)

Avant le choc

Après le choc



(C1): $m\vec{v_1} + m\vec{v_2} = m\vec{v'_1} + m\vec{v'_2}$ *avec* $\vec{v'_1} = \vec{v'_2} = \vec{v'}$ *car les 2 objets ne forment plus qu'un après le choc*

On projette sur Ox: $mv_1 - mv_2 = mv'_1 + mv'_2 = 2mv' = 0$ *car* $\|\vec{v_1}\| = \|\vec{v_2}\|$

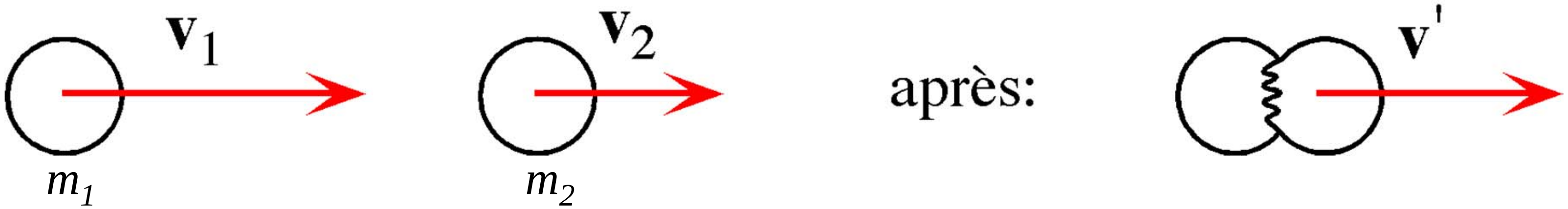
Energie cinétique avant le choc: $E_c = \frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2$

Energie cinétique après le choc: $E'_c = \frac{1}{2}(2m)v'^2 = 0$

Non-conservation de l'énergie cinétique

3.3.2 Chocs inélastiques (100%)

Exemple 2: choc mou entre deux billes de masses et vitesses différentes



Avant le choc: $\boldsymbol{v_1}, \boldsymbol{v_2}$ Après le choc: $\boldsymbol{v'_1} = \boldsymbol{v'_2} = \boldsymbol{v'}$

(C1) $m_1\boldsymbol{v_1} + m_2\boldsymbol{v_2} = (m_1 + m_2)\boldsymbol{v'}$

d'où $\boxed{\boldsymbol{v'} = (m_1\boldsymbol{v_1} + m_2\boldsymbol{v_2})/(m_1 + m_2)}$

On pose ΔE_c comme étant la variation de l'énergie cinétique du système

$$\Delta E_c = \underbrace{1/2m_1v_1^2 + 1/2m_2v_2^2}_{E_c \text{ avant}} - \underbrace{1/2\,(m_1 + m_2)v'^2}_{E_c \text{ après}}$$

soit $\Delta E_c = 1/2m_1v_1^2 + 1/2m_2v_2^2 - 1/2\,(m_1v_1+m_2v_2)^2/(m_1 + m_2)$

3.3.2 Chocs inélastiques (100%)

$$\Delta E_c = 1/2 m_1 v_1^2 + 1/2 m_2 v_2^2 - 1/2\ \boxed{(m_1 v_1 + m_2 v_2)^2} / (m_1 + m_2)$$

On développe

$$\Delta E_c = 1/2 m_1 v_1^2 + 1/2 m_2 v_2^2 - 1/2\ \boxed{(m_1^2 v_1^2 + m_2^2 v_2^2 + 2 m_1 m_2 \mathbf{v_1 v_2})} / (m_1 + m_2)$$

$$= 1/2\ [\ m_1 (1 - m_1/(m_1+m_2))\ v_1^2 + m_2 (1 - m_2/(m_1+m_2))\ v_2^2 - 2 m_1 m_2/(m_1+m_2))\ v_1 v_2\ ]$$

$$= 1/2\ [\ m_1 m_2/(m_1+m_2))\ v_1^2 + m_1 m_2/(m_1+m_2))\ v_2^2 - 2 m_1 m_2/(m_1+m_2))\ v_1 v_2\ ]$$

On pose $\mu = m_1 m_2/(m_1+m_2)$

$$= 1/2\ [\ \mu\ v_1^2 + \mu\ v_2^2 - 2\mu\ \mathbf{v_1 v_2}\ ] = 1/2\ \mu\ (\mathbf{v_1} - \mathbf{v_2})^2$$

3.3.2 Chocs inélastiques (100%)

La variation d'énergie cinétique du système s'écrit

$$\boxed{\Delta E_c = 1/2\ \mu\ (\mathbf{v_1} - \mathbf{v_2})^2}$$

μ est la masse réduite telle que $1/\mu = 1/m_1 + 1/m_2$

soit $\mu = m_1 m_2/(m_1+m_2)$

L'énergie cinétique perdue lors d'une collision 100% inélastique correspond à l'énergie cinétique de la masse réduite μ se déplaçant à la vitesse $\mathbf{v_1}$-$\mathbf{v_2}$. Cette énergie se transforme en déformation

Pourcentage (variation relative) de l'énergie cinétique perdue:

$$\Delta E_c/E_c = \mu\ (\mathbf{v_1}-\mathbf{v_2})^2/\ (m_1 v_1^2 + m_2 v_2^2)$$

4. L'oscillateur harmonique linéaire libre

Le mouvement oscillatoire (vibratoire) est l'un des mouvements les plus fréquents dans la nature

Quelques exemples de <u>phénomènes oscillatoires</u>

- Voix (cordes vocales)
- Vagues
- Pendule
- Ressort
- Montre à quartz
- Circuit électrique RLC (radio)

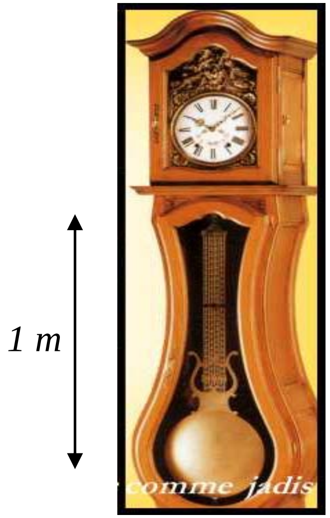
<u>Mouvement oscillatoire</u> ⇨ réaction à une action dans un système en interaction (avec dissipation faible ou nulle)

Un système physique qui oscille est un <u>oscillateur</u>

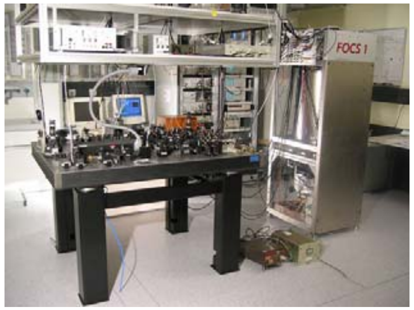
4. L'oscillateur harmonique linéaire libre

Une application des oscillateurs: l'horloge

Première horloge à pendule construite par l'horloger Salomon Coster, à La Haye en 1657



1777 : l'horloger suisse Abraham Louis Perrelet crée la première montre automatique



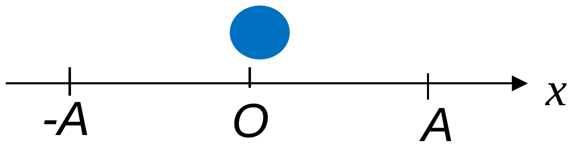
Autre type d'oscillateur basé sur des transitions interatomiques

Horloge atomique

Laboratoire temps-fréquence Neuchâtel

4. L'oscillateur harmonique linéaire libre

4.1. L'oscillateur harmonique – modèle



Par définition, un objet ponctuel se déplaçant le long d'un axe Ox *présente un mouvement sinusoïdal lorsque son déplacement en fonction du temps est donné par*

$$\boxed{x = A\cos(\omega_0 t + \phi)\ (= A\sin(\omega_0 t + \phi'))}$$

avec	A	*amplitude du mouvement*
	ω_0	*pulsation*
	$\phi\ (\phi')$	*phase initiale (à t =0)*

La position de la particule se répète à un intervalle de temps (période) $T_0 = 2\pi/\omega_0$

La fréquence est donnée par $f_0 = 1/T_0 = \omega_0/2\pi$

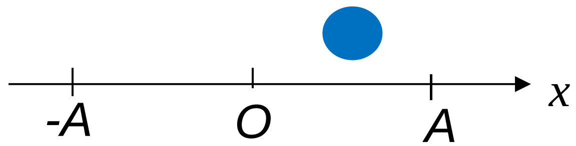
s^{-1} ou Hz

4. L'oscillateur harmonique linéaire libre

4.1. L'oscillateur harmonique – modèle

- La position

$$\boxed{x = A\cos(\omega_0 t + \phi)}$$



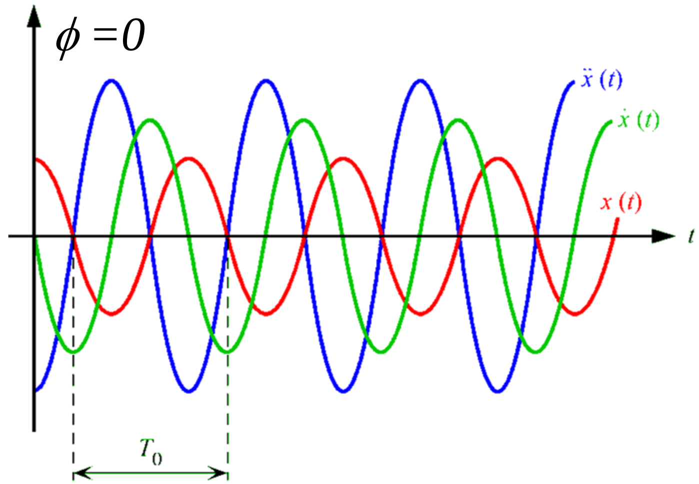
- La vitesse

$$\boxed{\dot{x} = v = dx/dt = -\,\omega_0 A\sin(\omega_0 t + \phi)}$$

- L'accélération

$$\boxed{\ddot{x} = a = d^2x/dt^2 = -\,\omega_0^2 A\cos(\omega_0 t + \phi) \;=\; -\,\omega_0^2\, x}$$

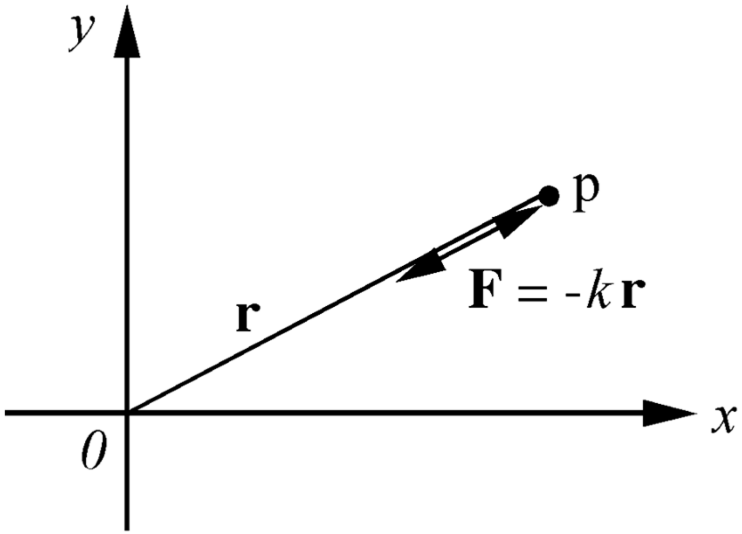
$\phi = 0$



L'accélération *est toujours proportionnelle et opposée au* ***déplacement***

4. L'oscillateur harmonique linéaire libre

4.1. L'oscillateur harmonique – modèle



Soit une particule P de masse m soumise à une force F qui dépend de la distance au point 0, telle que

$$\boldsymbol{F} = -\,k\,\boldsymbol{r}$$

Exemple type: un ressort

Soit $\boldsymbol{F} = m\boldsymbol{a}$, *on projette sur les axes* Ox *et* Oy *et l'on obtient les équations différentielles du mouvement:*

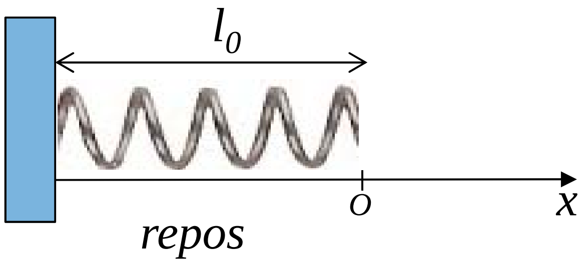
$$\left.\begin{aligned} m\, d^2x/dt^2 &= -\,k\,x \\ m\, d^2y/dt^2 &= -\,k\,y \end{aligned}\right\}$$ *Equations différentielles du mouvement*

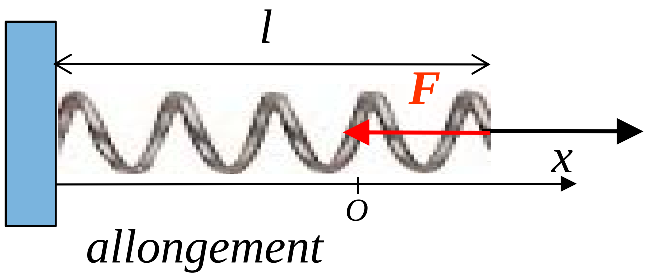
4. L’oscillateur harmonique linéaire libre

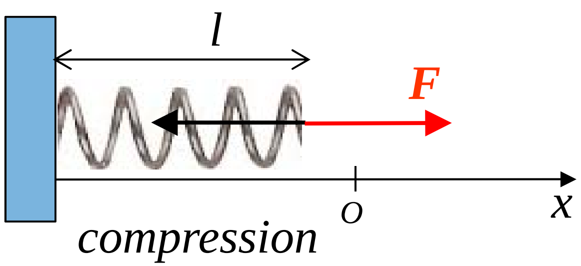
4.2 L’oscillateur harmonique – exemples

■ Force exercée par un ressort

Le ressort a une masse négligeable







Force de rappel: $\boldsymbol{F} = -k\,\boldsymbol{r}$

k constante de raideur du ressort

r *est le vecteur « allongement du ressort » orienté suivant la* ***direction de l’allongement****:*

$$\boldsymbol{r} = (l - l_0)\boldsymbol{e}_x$$

Après projection sur Ox: $F = -kx$ avec $x = l - l_0$

<u>Remarque</u>: le régime de déformation linéaire n’est vrai que sur un domaine d’allongement restraint. Dans ce cas, la déformation est dite “élastique”. Si tel n’est pas le cas, la déformation est dite “plastique”