Université de Strasbourg
Licence 1ère année PSI, MPC, STUE

Année 2013-2014
15/10/2013
Durée 60 minutes

Contrôle Continu de Mécanique n°1

(Calculettes et portables non autorisés, documents non autorisés)

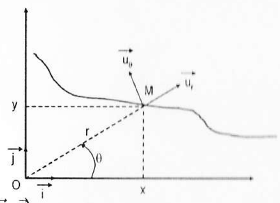
(Tout résultat non justifié sera considéré comme inexistant)

Problème 1 (Calcul vectoriel)

Dans le repère cartésien $(\mathrm{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k})$ on considère les points de l'espace $A(0,1,3)$ et $B(2,2,1)$.

1) Donner les coordonnées cartésiennes du vecteur $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$, ainsi que la norme $\|\overrightarrow{\mathrm{AB}}\|$ de ce vecteur.
2) Déterminer le vecteur unitaire $\vec{u}$ qui possède la même direction et le même sens que le vecteur $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$.
3) Calculer le produit scalaire $\vec{a}\cdot\vec{b}$ et le produit vectoriel $\vec{a}\wedge\vec{b}$ des vecteurs $\vec{a}=\overrightarrow{\mathrm{OA}}$ et $\vec{b}=\overrightarrow{\mathrm{OB}}$.
4) Les deux vecteurs $\vec{a}$ et $\vec{b}$ définissent un plan. Donner un vecteur perpendiculaire à ce plan
5) Trouver la projection orthogonale $\overrightarrow{\mathrm{OB'}}$ du vecteur $\overrightarrow{\mathrm{OA}}$ sur le vecteur $\overrightarrow{\mathrm{OB}}$.

Problème 2 (Mouvement quelconque)



Un point matériel M possède un mouvement quelconque dans le plan $(\mathrm{O}x, \mathrm{O}y)$ (voir figure). On note (x, y) ses coordonnées cartésiennes et $\vec{\imath}$, $\vec{\jmath}$ les vecteurs unitaires associés. On note (r, θ) ses coordonnées polaires planes et $\vec{u}_r$, $\vec{u}_\theta$ les vecteurs unitaires de la base locale.

1) Exprimer les vecteurs unitaires $\vec{u}_r$ et $\vec{u}_\theta$ dans la base $(\vec{\imath}, \vec{\jmath})$.
2) Calculer les dérivées par rapport au temps des vecteurs $\vec{u}_r$ et $\vec{u}_\theta$.
3) Donner le vecteur position $\overrightarrow{\mathrm{OM}}$ dans la base locale et en déduire l'expression du vecteur vitesse $\vec{v}$.

Problème 3 (Voyageur en retard)

Un voyageur en retard court le long du quai à la vitesse constante $v_o = 6\ \mathrm{m\,s^{-1}}$. Quand il est à une distance $\mathrm{d} = 20\ \mathrm{m}$ du dernier wagon du train celui-ci démarre avec une accélération constante $a_o = 1\ \mathrm{m\,s^{-2}}$ (le train et le voyageur ont des trajectoires rectilignes parallèles).

1) Définir le repère dans lequel le mouvement est étudié. Préciser sur un schéma les éléments (position, vitesse) connus à l'instant initial que vous aurez choisi.
2) Ecrire dans un même repère les équations définissant (par exemple le long d'un axe $\mathrm{O}x$) les positions du voyageur et du bout du dernier wagon considérés comme des points matériels.
3) Montrer que le voyageur ne peut pas rattraper le train.
4) Quelle sera la distance minimale $\mathrm{D_{min}}$ entre le voyageur et le dernier wagon ?

Problème 4 (Question de cours)

Soit un référentiel fixe $\mathcal{R}$ muni du repère cartésien $(\mathrm{O}, \vec{u}_x, \vec{u}_y, \vec{u}_z)$ et un référentiel mobile $\mathcal{R}'$ muni du repère cylindrique $(\mathrm{O}, \vec{u}_r, \vec{u}_\theta, \vec{u}_z)$ et tournant avec une vitesse angulaire *constante* ω autour de l'axe $\mathrm{O}z$ de vecteur unitaire $\vec{u}_z$. On note $\theta = (\vec{u}_x, \vec{u}_r)$ l'angle de rotation au temps t. Un objet M assimilé à un point matériel se déplace dans $\mathcal{R}$ et $\mathcal{R}'$ avec les vitesses $\vec{v}_{\mathcal{R}}$ et $\vec{v}_{\mathcal{R}'}$ respectivement.

1) Enoncer la loi de composition des vitesses. Expliciter l'expression de la vitesse d'entrainement en fonction des vecteurs $\vec{\omega} = \omega\vec{u}_z$ et $\overrightarrow{\mathrm{OM}}$.
2) Enoncer la loi de composition des accélérations. Nommer chacun des termes.
3) Expliciter l'expressions de l'accélération d'entrainement en fonction de $\vec{\omega} = \omega\vec{u}_z$ et $\overrightarrow{\mathrm{OM}}$.
4) Expliciter l'expressions de l'accélération de Coriolis. Comment doit être orienté $\vec{v}_{\mathcal{R}'}$ pour que l'accélération de Coriolis soit nulle ?